

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Вступительное испытание по математике

июль 2016 года

ВАРИАНТ ЕМ16.

1. Найдите $f\left(\frac{9}{4}\right)$, если известно, что $f(x) = \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x-2}$.

2. Найдите коэффициент a уравнения $x^2 + ax + 16 = 0$, если известно, что это уравнение имеет положительные корни, причём вместе с числом 4 эти корни в некотором порядке образуют арифметическую прогрессию.

3. Решите уравнение $\sqrt{3} \cos x - \sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{3} \sin x = 0$.

4. К двум окружностям с радиусами 4 и 5, касающимся внешним образом в точке A , проведена общая внешняя касательная, касающаяся их в точках B и C . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

5. Решите неравенство $\log_{\frac{3x+2}{x-1}}(x+3) \leq 1$.

6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + \frac{2}{y}} + \sqrt{2y + \frac{4}{x}} = 4 \\ (x^2 + 4)y + 2x(y^2 + 1) = 8xy \end{cases}$$

7. Пересечение плоскости и правильной треугольной пирамиды является квадратом со стороной 1. Найдите длину ребра основания пирамиды, если известно, что двугранный угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания равен $\arccos \frac{1}{\sqrt{5}}$.

8. Найдите все пары (x, y) действительных чисел, удовлетворяющих уравнению

$$\log_{7 \sin x}(\cos^2 y + 1) + \log_{7 \sin x}(\cos^2 y + 7) = 1.$$